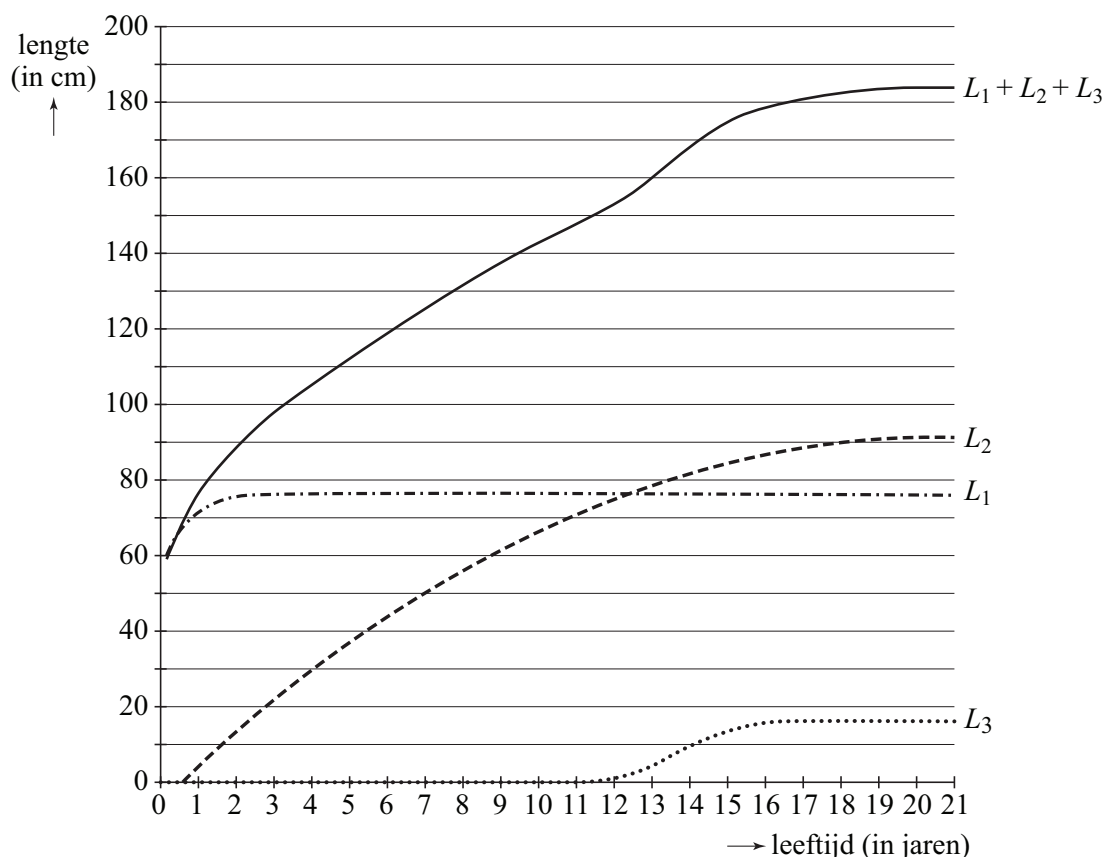


Lengtegroei bij jongens

In deze opgave bekijken we de (gemiddelde) lengte van Nederlandse jongens tot 21 jaar. Met 'lengte' wordt in de hele opgave de gemiddelde lengte bedoeld.

We gebruiken in deze opgave een veelgebruikt model uit de kindergeneeskunde, het zogenaamde KKP-model. In dit model bestaat de lengte uit drie componenten L_1 , L_2 en L_3 . Bij elkaar opgeteld geven deze drie componenten de lengte van Nederlandse jongens. In figuur 1 staan de drie componenten L_1 , L_2 en L_3 en is ook de som van de drie getekend.

figuur 1



In het eerste half jaar is de bijdrage van de componenten L_2 en L_3 voor de lengte verwaarloosbaar en is L_1 alleen een goede benadering voor de lengte. De formule voor L_1 is:

$$L_1 = 76,4 - 19,4 \cdot 0,9704^w \quad \text{met } L_1 \text{ in cm en } w \text{ de leeftijd in weken}$$

De formule die hoort bij L_1 heeft een grenswaarde.

- 4p 6 Bereken na hoeveel weken de waarde van L_1 10 cm van deze grenswaarde verwijderd is. Geef je antwoord in gehele weken.

- 3p 7 Bereken met behulp van de afgeleide van L_1 de groeisnelheid in cm/week van een jongen een half jaar na zijn geboorte, dus als $w = 26$. Geef je antwoord in twee decimalen.

Na het eerste halfjaar is de bijdrage van de component L_2 niet meer te verwaarlozen. De formule voor L_2 is:

$$L_2 = -0,235t^2 + 9,5t - 4,7 \quad \text{met } L_2 \text{ in cm en } t \text{ de leeftijd in jaren}$$

Deze formule speelt verderop in deze opgave nog een rol.

De component L_3 is de extra lengte als gevolg van de groeispuurt die jongens in de pubertijd ondergaan. De formule voor L_3 is:

$$L_3 = \frac{16,1}{1 + e^{16,4-1,2t}} \quad \text{met } L_3 \text{ in cm en } t \text{ de leeftijd in jaren}$$

Voor de afgeleide van L_3 geldt:

$$L_3' = \frac{19,32 \cdot e^{16,4-1,2t}}{(1 + e^{16,4-1,2t})^2}$$

- 3p 8 Toon aan dat de bovenstaande formule van de afgeleide juist is.

Met behulp van de afgeleide van L_3 kun je op elk moment in de pubertijd berekenen hoe groot de extra groeisnelheid als gevolg van die groeispuurt is.

- 3p 9 Bereken met behulp van die afgeleide hoe groot de extra groeisnelheid in cm/jaar maximaal is. Geef je antwoord in één decimaal.

De som van L_1 , L_2 en L_3 levert de lengte L van een jongen. L kan met de volgende formule beschreven worden:

$$L = -19,4 \cdot 0,2096^t - 0,235t^2 + 9,5t + 71,7 + \frac{16,1}{1 + e^{16,4-1,2t}}$$

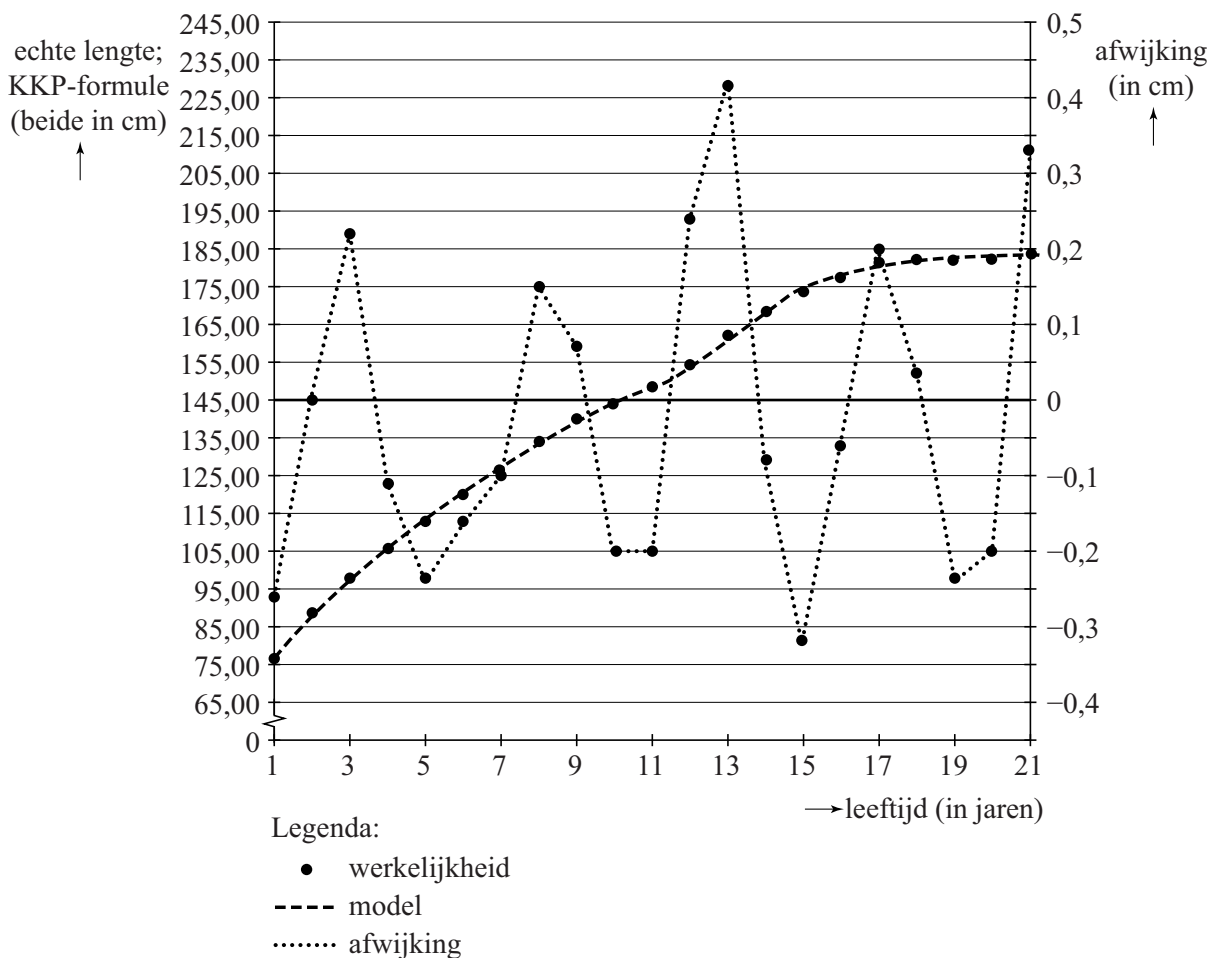
Hierbij is L in cm en t de leeftijd in jaren.

- 4p 10 Laat zien hoe deze formule met behulp van de drie genoemde componenten kan worden opgesteld.

In figuur 2 zijn voor de leeftijden van 1 jaar tot en met 21 jaar zowel de modellengte volgens de KKP-formule (de vloeiende kromme) als de echte groeigegevens, gebaseerd op de gemiddelde (werkelijke) lengte van jongens, (de stippen) weergegeven. Zoals je kunt zien, past het KKP-model behoorlijk goed bij de werkelijkheid; de stippen passen nagenoeg perfect op de kromme.

Omdat het verschil tussen de echte groeigegevens en die van het model zo klein is, is die afwijking tussen de echte groeigegevens en de lengte volgens het model nog eens weergegeven als de gestippelde, onregelmatige grafiek. Hierbij moet de rechter verticale as gebruikt worden. Zo is uit figuur 2 bijvoorbeeld af te lezen dat de werkelijke lengte op 8-jarige leeftijd 0,15 cm afwijkt van de lengte volgens het model.

figuur 2



In figuur 2 is af te lezen bij welke leeftijd de absolute afwijking van de berekende gemiddelde lengte met de KKP-formule ten opzichte van de echte groeigegevens het grootst is.

De figuur staat ook, vergroot, op de uitwerkbijlage.

5p 11 Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage bij welke leeftijd die afwijking **relatief** het grootst is. Licht je antwoord toe.

